

## 近畿大学 医学部推薦入試対策①

- ・分数形が解答で求められているときは、既約分数（それ以上訳文できない分数）で答える。
- ・根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が、最小となる形で答える。
- ・根号を含む分数形の解答は、分母を有利化した形で答える。
- ・大問1は問題文の枠内にあてはまる数値や式を記入すること。
- ・大問2, 3は最後の答えだけでなく、答えの導き方も書くこと。

1 大小2つのさいころを投げ、出た目をそれぞれ  $a, b$  とする。さらに

$$\alpha = \sin \frac{a+b}{6} \pi, \quad \beta = \sin \frac{a-b}{6} \pi \text{ とする。}$$

- (1)  $\alpha > 0$  となる  $(a, b)$  の組は  $\square$  通りあり、 $\alpha > 0$  かつ  $\beta > 0$  となる  $(a, b)$  の組は  $\square$  通りある。
- (2)  $\alpha$  が有理数となる  $(a, b)$  の組は  $\square$  通りあり、 $\beta$  が有理数となる  $(a, b)$  の組は  $\square$  通りある。また  $\alpha, \beta$  がともに有理数となる  $(a, b)$  の組は  $\square$  通りある。
- (3)  $\alpha, \beta$  を解とする2次方程式を  $x^2 + px + q = 0$  とする。 $p, q$  がともに有理数となる  $(a, b)$  の組は  $\square$  通りある。

2 正四面体 ABCD の4つの頂点を移動する点 P がある。点 P がいずれの頂点にあるときも1ステップ後に同じ頂点にとどまる確率は  $\frac{2}{5}$  であり、他の頂点に移動する確率はいずれも  $\frac{1}{5}$  である。頂点 A から出発した点 P が  $n$  ステップ後に頂点 A にある確率を  $a_n$ 、頂点 B にある確率を  $b_n$  とする。ただし、 $a_0 = 1, b_0 = 0$  とする。

- (1)  $a_1, b_1, a_2, b_2$  を求めよ。
- (2)  $a_{n+1}, b_{n+1}$  を  $a_n, b_n$  で表せ。
- (3)  $a_{n+2}, a_{n+1}, a_n$  の関係式を導き、 $a_n, b_n$  を求めよ。

3 すべての実数値をとる変数  $x$  に対して、 $x$  の関数  $f(x), g(x)$  を

$$f(x) = 3^{3x} - 6 \times 3^{2x} - 33 \times 3^x$$

$$g(x) = f(x) + f(-x) + 204$$

とする。また、変数  $s, t$  を  $s = 3^x, t = 3^x + 3^{-x}$  で定義して、 $f(x)$  を変数  $s$  で表した関数を  $F(s)$  とし、 $g(x)$  を変数  $t$  で表した関数を  $G(t)$  とする。

- (1)  $s$  がとりうる値の範囲、および、関数  $F(s)$  を求めよ。
- (2)  $f(x) = 0$  を満たす  $x$  の値を求めよ。
- (3)  $t$  がとりうる値の範囲、および、関数  $G(t)$  を求めよ。
- (4)  $g(x) = 0$  を満たす  $x$  の値を求めよ。

## 近畿大学 医学部推薦入試対策②

- ・分数形が解答で求められているときは、既約分数（それ以上訳文できない分数）で答える。
- ・根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が、最小となる形で答える。
- ・根号を含む分数形の解答は、分母を有利化した形で答える。
- ・大問1は問題文の枠内にあてはまる数値や式を記入すること。
- ・大問2, 3は最後の答えだけでなく、答えの導き方も書くこと。

1 正の整数  $k$  を  $3k-1$  個並べた次のような数列  $\{a_n\}$  を考える。

$$1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, \dots, k-1, k, \dots, k, k+1, \dots$$

- (1)  $a_{10} = \overset{ア}{\square}$ ,  $a_{20} = \overset{イ}{\square}$  である。
- (2) 第  $n$  項  $a_n$  が 10 であるとき,  $\overset{ウ}{\square} \leq n \leq \overset{エ}{\square}$  である。
- (3)  $k$  を正の整数とすると,  $a_n \leq k$  を満たす最大の  $n$  は  $\overset{オ}{\square}$  である。
- (4) 第 610 項  $a_{610}$  は  $\overset{カ}{\square}$  である。  $a_n = \overset{カ}{\square}$  となる番号  $n$  の個数は  $\overset{キ}{\square}$  である。  $a_{610}$  はそのうちの  $\overset{ク}{\square}$  番目の項である。
- (5)  $a_n \leq 20$  を満たすすべての項  $a_n$  の和は  $\overset{ケ}{\square}$  である。

2 四面体 ABCD において,  $AB=CD=4$ ,  $AC=BD=6$ ,  $BC=5$  である。

- (1)  $\cos \angle ABC = \overset{ア}{\square}$  であり,  $\triangle ABC$  の面積は  $\overset{イ}{\square}$  である。
- (2) AD のとりうる長さの範囲は  $\overset{ウ}{\square} < AD < \overset{エ}{\square}$  である。
- (3) ABCD の体積は,  $AD = \overset{オ}{\square}$  のとき最大となり, その最大値は  $\overset{カ}{\square}$  である。

3  $x > 1$ ,  $y > 0$  である実数  $x$ ,  $y$  が

$$(\log_2 x)^2 + 2\log_4 x + \log_2 x^2 + \log_x y - \log_2 \frac{1}{x} - 2\log_x 2 + \log_{\frac{1}{2}} 2 - 2 = 0$$

を満たしている。

- (1)  $s = \log_2 y$ ,  $t = \log_2 x$  において,  $s$  を  $t$  の式で表せ。
- (2)  $y = \frac{1}{65536}$  のときの  $x$  の値を求めよ。
- (3)  $y$  の最大値と, そのときの  $x$  の値を求めよ。

## 近畿大学 医学部推薦入試対策③

- ・分数形が解答で求められているときは、既約分数（それ以上訳文できない分数）で答える。
- ・根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が、最小となる形で答える。
- ・根号を含む分数形の解答は、分母を有利化した形で答える。
- ・大問1は問題文の枠内にあてはまる数値や式を記入すること。
- ・大問2,3は最後の答えだけでなく、答えの導き方も書くこと。

1 実数  $x$  に対して、 $x$  を超えない最大の整数を  $[x]$  で表す。

(1)  $f(x) = \left[ \frac{1}{3}x + 5 \right]$  とおくと、 $f(10) = \overset{\text{ア}}{\square}$ 、 $f(100) = \overset{\text{イ}}{\square}$  である。

$f(n) = 10$  を満たす最小の自然数  $n$  は  $\overset{\text{ウ}}{\square}$  である。

(2)  $4x^2 - 20x + 9 < 0$  を満たす  $x$  の値の範囲は  $\overset{\text{エ}}{\square}$  であり、 $4[x]^2 - 20[x] + 9 < 0$  を満たす  $x$  の値の範囲は  $\overset{\text{オ}}{\square}$  である。

(3)  $[x^2 - 2x + 2] = 1$  を満たす  $x$  の値の範囲は  $\overset{\text{カ}}{\square}$  である。

(4)  $y = [x^2]$  のグラフと直線  $y = 2x - 1$  の共有点は3個あり、 $x$  座標の小さいものから順に  $\overset{\text{キ}}{\square}$ 、 $\overset{\text{ク}}{\square}$ 、 $\overset{\text{ケ}}{\square}$  である。

2  $n$  を正の整数とし、 $3^n$  を17で割ったときの余りを  $r(n)$  とする。たとえば、 $r(1) = 3$ 、 $r(2) = 9$  である。

(1)  $r(3)$ 、 $r(5)$ 、 $r(8)$ 、 $r(11)$  の値を求めよ。また、 $r(25)$ 、 $r(2004)$  の値を求めよ。

(2) 任意の正の整数  $n$  について  $r(n) = r(n+k)$  が成り立つような正の整数  $k$  を考える。このような  $k$  のうち最小のものを求めよ。

(3) 整数  $a$ 、 $b$  が  $0 \leq b < a \leq 20$  を満たすとす。このとき、 $3^a + 3^b$  が17で割り切れるような組  $(a, b)$  は全部で  $\overset{\text{ア}}{\square}$  組あり、この中で  $a$ 、 $b$  がともに素数である組  $(a, b)$  を  $a$  の値が大きいほうから順に並べると

$$\left( \overset{\text{イ}}{\square}, \overset{\text{ウ}}{\square} \right), \left( \overset{\text{エ}}{\square}, \overset{\text{オ}}{\square} \right), \left( \overset{\text{カ}}{\square}, \overset{\text{キ}}{\square} \right)$$

である。

3 原点を  $O$  とする座標平面上に円  $C: x^2 + y^2 - 16x - 22y + 169 = 0$ 、直線  $L: y = mx$  ( $m$  は実数) がある。円  $C$  と直線  $L$  が異なる2点  $A(\alpha, m\alpha)$ 、 $B(\beta, m\beta)$  で交わっているとき

(1)  $m$  がとりうる値の範囲を求めよ。

(2)  $OA$  と  $OB$  の長さの積  $OA \cdot OB$  の値は  $m$  の値に関係なく一定であることを示し、その値を求めよ。

(3) 2点  $A$ 、 $B$  を通り、直線  $x = 10$  上に中心をもつ円を  $D$  とする。円  $D$  の中心の  $y$  座標がとりうる値の範囲を求めよ。

- ・分数形が解答で求められているときは、既約分数（それ以上訳文できない分数）で答える。
- ・根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が、最小となる形で答える。
- ・根号を含む分数形の解答は、分母を有利化した形で答える。
- ・大問1は問題文の枠内にあてはまる数値や式を記入すること。
- ・大問2, 3は最後の答えだけでなく、答えの導き方も書くこと。

1 大中小3個のサイコロを同時に投げて、出た目の数をそれぞれ  $a, b, c$  とする。

- (1) 起こりうるすべての場合の数は  $\text{ア}$   通りである。
- (2)  $a < b < c$  となるのは  $\text{イ}$   通りで、その確率は  $\text{ウ}$   である。
- (3)  $a + b + c$  が奇数となる確率は  $\text{エ}$   で、 $a + b + c$  が偶数となる確率は  $\text{オ}$   である。
- (4)  $a + b + c = 6$  となる確率は  $\text{カ}$   で、 $a + b + c \leq 6$  となる確率は  $\text{キ}$   である。
- (5)  $\int_0^1 (ax^2 + bx + c) dx = 6$  となる確率は  $\text{ク}$   である。

2  $a$  は整数、 $n$  は正の整数とする。 $a$  から  $n$  個の連続する整数の和を  $s(a, n)$  とおく。

すなわち、 $s(a, n) = \sum_{k=1}^n (k + a - 1)$  とする。

- (1)  $s(a, n)$  を求めよ。
- (2)  $s(-8, n) = 100$  となるときの  $n$  の値と、 $s(a, 25) = 1000$  となるときの  $a$  の値を求めよ。
- (3)  $s(a, n) = 10$  となる  $a$  と  $n$  は全部で何組あるか求めよ。
- (4)  $s(a, n) = 100$  となる  $a$  と  $n$  の組のうち、 $a$  が正の整数となるものは全部で何組あるか求めよ。

3 実数  $x, y$  は  $x^2 + y^2 - 2x + \frac{16}{25} = 0$  を満たすものとし、 $t = \frac{y}{x}$  とする。

- (1)  $t$  のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2)  $1 + t + \frac{3}{1+t}$  の最小値とそのときの  $t$  の値を求めよ。
- (3)  $z = \frac{x^2 + xy}{4x^2 + 2xy + y^2}$  の最大値を求めよ。また、この最大値を与える  $x$  の値は2つあり、それらを  $\alpha, \beta$  とすると  $\alpha + \beta$  の値を求めよ。